Prof. Dr. Eckhard Liebscher
Fachgruppe Mathematik

Sommersemester 2021

Aufgabenserie 11 zur Vorlesung "Mathematik für Kompass"

1. Bilden Sie von folgender Funktion die ersten drei Ableitungen:

$$f(x) = (3x+1)e^{-x}.$$

Welche Nullstellen, Extremstellen und Wendepunkte hat die Funktion? Auf den Nachweis der Wendestellen mit Hilfe der dritten Ableitung ist zu verzichten.

2. Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktionen

$$\textbf{a)}\ f(x) = x^{\sqrt{x}}, \quad \textbf{b)}\ \ f(x) = (\sin x)^{2x}.$$

c) Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion in a) an. Bestimmen Sie für diese Funktion den Grenzwert $\lim_{x \to 0+0} f(x)$ und die Extremwerte der Funktion ohne Zuhilfenahme der zweiten Ableitung.

3. Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Extremstellen (Art, Stelle) und die Wendepunkte der Funktion

$$\begin{array}{llll} \textbf{a)} & f(x) = 20\ln(x+3) + x^2 - 8x, & \textbf{b)} & f(x) = (x-2)\,e^{-1/x}, \\ \textbf{c)} & f(x) = \dfrac{x}{\ln x}, & \textbf{d)} & f(x) = 5\ln\left(x^2+4\right) + 2x \end{array}$$

Auf den Nachweis der Wendestellen mit Hilfe der dritten Ableitung ist zu verzichten. Geben Sie jeweils auch die Werte x an, für die die Funktion monoton wachsend bzw. fallend ist. Auf welchem Intervall ist die Funktion jeweils konvex bzw. konkav.
Hinweis: Die Brüche in der ersten Ableitung in a) sind in einen Bruch umzuformen.