5. Aufgabenblatt Diskrete Mathematik
SS 2019

1. Geben Sie jeweils den Definitionsbereich und den Wertebereich der Relation R an.

   (a) $R \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{\square, \triangle, \nabla, \perp, \diamond\}$ mit
   $R = \{(a, \triangle), (c, \perp), (d, \square), (a, \diamond), (c, \square), (a, \square), (d, \diamond)\}$

   (b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : e(x) = e(y) \wedge x \neq y\}$, wobei $e(n)$ für $n \in \mathbb{N}$ angibt, wie viele Einsen die Binärdarstellung von n enthält.

2. Sei M die Menge der in Deutschland lebenden Menschen und R sei die binäre Relation auf M mit aRb wenn a mindestens ein Jahr vor b geboren ist. Was ist die inverse Relation R^{-1}.

3. Geben Sie für die Relationen

   - $R = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 : b \leq a + 2\}$ und
   - $S = \{(b, c) \in \mathbb{N}^2 : c \leq 2b\}$

   die Relation $T = R \circ S$ an, die man durch Komposition von R und S erhält.

4. Ist die Relation R eine Äquivalenzrelation auf der Menge M? Falls ja, geben Sie das Mengensystem der Äquivalenzklassen an.

   (a) $M = \{\square, \diamond, \perp, \triangle\}$ mit
   $R = \{(\square, \square), (\diamond, \diamond), (\perp, \perp), (\triangle, \triangle), (\perp, \triangle), (\triangle, \perp), (\triangle, \diamond), (\diamond, \triangle)\}$.

   (b) M sei die Menge der Dreiecke in der Ebene und für zwei Dreiecke d_1 und d_2 gilt $d_1 R d_2$ wenn d_1 durch geeignete Verschiebungen, Drehungen und/oder Spiegelungen mit d_2 zur Deckung gebracht werden kann.

5. Zeichnen Sie für die folgenden halbgeordneten Mengen (M, R) das Hasse-Diagramm.

   (a) $M = \{\{\square\}, \{\triangle\}, \{\diamond\}, \{\perp, \diamond\}, \{\square, \perp, \diamond\}, \{\triangle, \perp, \diamond\}, \{\square, \triangle, \perp, \diamond\}\}$ mit $R = \subseteq$ (wobei $A \subseteq B$ für A *ist eine Teilmenge von* B steht).

   (b) $M = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 16\}$ mit $R = |$ (wobei $a|b$ für a *ist ein Teiler von* b steht).

6. Sei I das Mengensystem, das alle abgeschlossenen Intervalle reeller Zahlen enthält. Wir betrachten auf I die Teilmengenbeziehung als Halbordnungsrelation T. Ist die halbgeordnete Menge (I, T) fundiert?