

Diskrete Mathematik Sammlung von Klausuraufgaben

Die Klausur wird aus etwa 15 Aufgaben bestehen. Die folgenden Aufgaben sollen einen Eindruck vom Typ der Aufgaben vermitteln, die Bestandteil der Klausur sein könnten.

1. Geben Sie für die aussagenlogische Formel

$$F = (A_1 \wedge A_2) \Rightarrow (A_2 \wedge \neg A_3)$$

den Wahrheitswert $I_\beta(F)$ an, der sich mit der Belegung $\beta(A_1) = w$, $\beta(A_2) = f$ und $\beta(A_3) = f$ ergibt.

2. Ist die folgende aussagenlogische Formel erfüllbar?

$$(A_1 \vee A_2) \wedge (\neg A_2 \vee \neg A_3) \wedge (A_1 \vee \neg A_3)$$

3. Für die Menge der natürlichen Zahlen betrachten wir die Prädikate:

- $U(n) \dots n$ ist eine ungerade Zahl
- $G(n, m) \dots n + m$ ist eine gerade Zahl

Was bedeutet die folgende Aussage? Ist die Aussage wahr oder falsch?

$$\forall a \forall b ((U(a) \wedge U(b)) \Rightarrow G(a, b))$$

4. Zeigen Sie, dass die Mengen

$$M = \{m \in \mathbb{N} : 2|m\}$$

und

$$K = \{k \in \mathbb{N} : k \bmod 3 = 1\}$$

gleichmächtig sind.

5. Für alle $n \in \mathbb{N}$ sei

$$I_n = \{x \in \mathbb{R} : 1 - \frac{1}{2^n} < x < 2 + \frac{1}{2^n}\}.$$

Wenn wir damit das Mengensystem

$$\mathcal{M} = \{I_n : n \in \mathbb{N}\}$$

bilden, welche Menge ergibt sich dann als $\bigcap \mathcal{M}$?

6. Welchen Wert hat die folgende Summe?

$$\binom{7}{7} - \binom{7}{6} + \binom{7}{5} - \binom{7}{4} + \binom{7}{3} - \binom{7}{2} + \binom{7}{1} - \binom{7}{0}$$

7. Geben Sie für die halbgeordnete Menge

$$(\{0, 1, 3, 5, 6, 8, 16, 18\}, |)$$

das Hasse-Diagramm an.

8. Geben Sie die Adjazenzmatrix der Relation

$$R \subseteq \{1, 2, 3, 4\} \times \{a, b, c\}$$

mit

$$R = \{(1, a), (3, a), (2, b), (3, b), (4, b)\}$$

an.

9. Welche Relation erhält man als Komposition $R \circ S$ für

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 : a = 2b\}$$

und

$$S = \{(b, c) \in \mathbb{N}^2 : b = 3c\}?$$

10. Ist die Relation

$$R = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5), (7, 7), (3, 7), (7, 3)\}$$

eine Äquivalenzrelation auf der Menge $\{1, 3, 5, 7\}$?

11. Wie viele verschiedene Wörter der Länge 12 lassen sich aus den Buchstaben des Wortes

PAPPERLAPAPP

bilden?

12. Frieda soll ihr Zimmer aufräumen. Auf dem Boden liegen noch 5 verschiedene Spielsachen und sie hat noch drei Spielzeugkisten, in die sie die Spielsachen packen möchte. Die Kisten sind alle gleich und nicht zu unterscheiden. In jede Kiste soll mindestens ein Spielzeug gepackt werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Frieda dann, die Spielsachen in den Kisten unterzubringen?

13. Wie viele natürliche Zahlen zwischen 1 und 250 gibt es, die durch keine der Zahlen 6, 7 und 9 teilbar sind.

14. Gilt $15 \equiv 23 \pmod{7}$?

15. Welche ganzen Zahlen sind in der Restklasse $\overline{13}$ bezüglich des Moduls $n = 5$ enthalten?

16. Wie berechnet man mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus ganze Zahlen p und q mit

$$\text{ggt}(16, 6) = p \cdot 16 + q \cdot 6?$$

17. Geben Sie die Elemente der Menge \mathbb{Z}_{18}^* an.

18. Was ist die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

mit Elementen im Körper $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot, 0, 1)$?

19. Was ist der Hammingabstand zwischen den Vektoren

$$u = (3, 0, 1, 2, 1, 2, 3, 0, 1, 1) \text{ und } v = (2, 0, 2, 2, 1, 4, 2, 0, 1, 2)$$

mit Einträgen aus dem Körper $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot, 0, 1)$?

20. Ist die Menge

$$\{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 0)\}$$

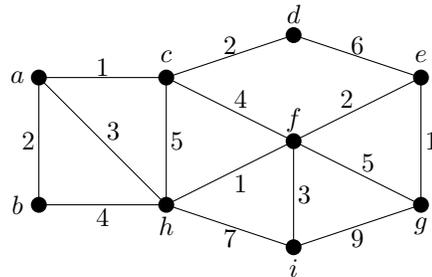
von Vektoren mit Einträgen aus dem Körper $(\mathbb{Z}_2, +, \cdot, 0, 1)$ linear unabhängig?

21. Was ist die Kontrollmatrix des linearen Kodierers mit der Generatormatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

mit Einträgen aus dem Körper $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot, 0, 1)$?

22. Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum für den Graphen



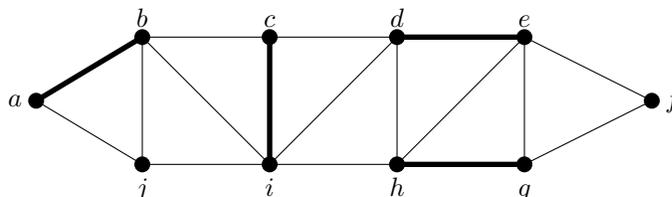
mit dem Algorithmus von Prim. Geben Sie den von Ihnen verwendeten Startknoten und die Folge der für den Spannbaum gewählten Kanten an.

23. Mit dem Simplexverfahren haben Sie das folgende Tableau erhalten:

		1	2	3	4	5
3	3	0	$\frac{5}{3}$	1	0	$-\frac{1}{3}$
4	1	0	$\frac{2}{3}$	0	1	$-\frac{1}{3}$
1	1	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$
	1	0	$-\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$

Führen Sie einen weiteren Schritt des Simplexverfahrens aus und geben Sie an, was aus der Struktur des so erhaltenen neuen Simplextableaus für den weiteren Fortgang des Verfahrens abgelesen werden kann.

24. Die fett gedruckten Kanten im folgenden Graph bilden ein Matching.



Geben Sie für dieses Matching einen augmentierenden Weg und das sich aus diesem Weg ergebende größere Matching an.